

教材习题答案

第五章 抛体运动

1 曲线运动

◆ 演示

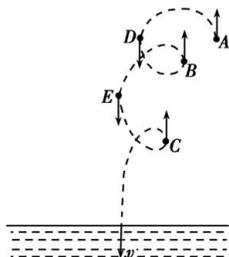
答案 白纸上的印迹与轨道(曲线)相切,即沿着轨道(曲线)切线的方向。

◆ 思考与讨论

答案 当物体所受合力的方向与它的速度方向不在同一直线上时,物体做曲线运动。

◆ 练习与应用

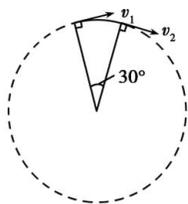
1. 答案 如图所示,在D、E处头部的速度方向与v的方向相同,在A、B、C处头部的速度方向与v的方向相反。



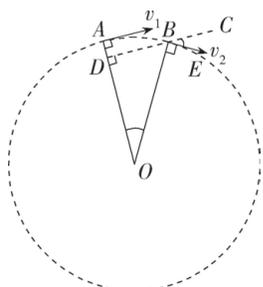
2. 答案 如图所示:



3. 答案 180度 30° 如图所示:

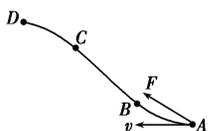


4. 答案 如图所示:



质点与圆心连线扫过的角度为 $\angle AOB$,质点速度方向改变的角度为 $\angle CBE$,两个角都是 $\angle DBO$ 的余角,因此两个角相等。

5. 答案 轨迹如图所示:



2 运动的合成与分解

◆ 思考与讨论

答案 不是一条直线,是一条抛物线。

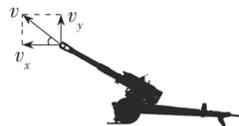
◆ 练习与应用

1. 答案 如图所示:沿水平方向的分速度为:

$$v_x = v \cos 30^\circ = 400\sqrt{3} \text{ m/s};$$

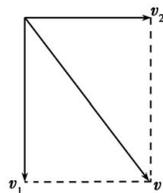
沿竖直方向的分速度为:

$$v_y = v \sin 30^\circ = 400 \text{ m/s}。$$

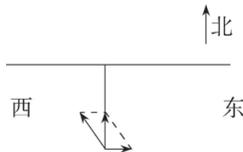


2. 答案 据题意,无风时跳伞员着地时的速度为 v_1 ,风的作用使他获得水平的速度为 v_2 ,有风时跳伞员着地时的速度是 v_1 和 v_2 的合速度 v ,如图所示。

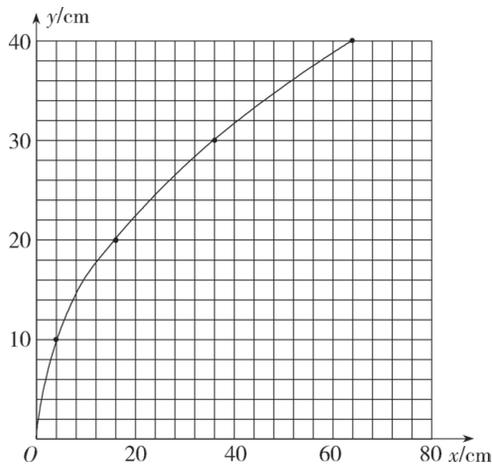
$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{5^2 + 4^2} \text{ m/s} = \sqrt{41} \text{ m/s}。$$



3. 答案 射击方向要偏西一些,由于惯性,炮弹发射出去后具有向东的速度。如图所示:



4. 答案 如图所示:



5. 答案 汽艇垂直于河岸行驶, $v_{\text{艇}} = 18 \text{ km/h} = 5 \text{ m/s}$,所用时间

$$\text{为 } t = \frac{d}{v_{\text{艇}}} = \frac{500}{5} \text{ s} = 100 \text{ s}。$$

如果水流速度为 $v_{\text{水}} = 3.6 \text{ km/h} = 1 \text{ m/s}$,汽艇垂直于河岸行驶,

驶到河岸所用的时间不变,还是 $t = \frac{d}{v_{\text{艇}}} = \frac{500}{5} \text{ s} = 100 \text{ s}$;沿水流

方向,汽艇移动的距离为 $x = v_{\text{水}} t = 1 \times 100 \text{ m} = 100 \text{ m}$,所以汽艇在对岸偏下游100 m处靠岸。

3 实验：探究平抛运动的特点

◆练习与应用

1. 答案 还需要的器材是刻度尺。

实验步骤：

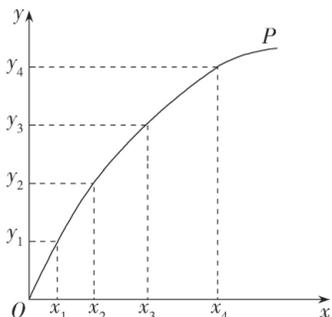
- (1) 调节木板高度,使木板上表面与桌面间的距离为某一确定值 y ;
- (2) 让钢球从斜面上某一位置 A 无初速度滚下;
- (3) 测量钢球在木板上的落点 P_1 与桌面边缘的水平距离 x_1 ;
- (4) 调节木板高度,使木板上表面与桌面间的距离为某一确定值 $4y$;
- (5) 让钢球从斜面上同一位置 A 无初速度滚下;
- (6) 测量钢球在木板上的落点 P_2 与桌面边缘的水平距离 x_2 ;
- (7) 多次重复,比较 x_1, x_2 , 若 $2x_1 = x_2$, 则说明钢球在水平方向做匀速直线运动。

2. 答案 改变墙与桌子之间的距离 x , 测量落点与抛出点之间的竖直距离 y , 多次重复, 若 $2x_1 = x_2$, 有 $4y_1 = y_2$, 则说明小球在水平方向做匀速直线运动。

3. 答案 桌面离地面高度约为 $h = 0.8$ m, 则根据 $h = \frac{1}{2}gt^2$ 可得,

下落的时间 $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 0.8}{10}} \text{ s} = 0.4 \text{ s}$, 每秒拍摄 25 张照片, 则 0.4 s 内可拍摄 10 帧。

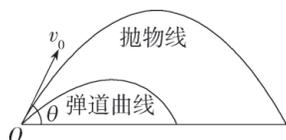
4. 答案 沿 y 轴等距离分割, 使 $y_1 = y_2 - y_1 = y_3 - y_2 = y_4 - y_3$, 在 x 轴上标出相对应的距离, 发现 $(x_2 - x_1) - x_1 = (x_3 - x_2) - (x_2 - x_1) = (x_4 - x_3) - (x_3 - x_2) = \text{恒量}$, 说明 x 方向做匀加速直线运动。



4 抛体运动的规律

◆思考与讨论

答案 由水平位移 $x = v_0 t = v_0 \cos \theta \cdot t$, 竖直位移 $y = v_0 \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$, 两个式子联立得轨迹方程: $y = x \tan \theta - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta} x^2$, 这就是斜抛物体的轨迹方程。由上式可以看出: $y = 0$ 时 x 有两个值, $x = 0$ 是抛出点位置, 而 $x = \frac{2v_0^2 \sin \theta \cos \theta}{g}$ 是水平射程, 并由此式可知, 当 $\theta = 45^\circ$ 时, 水平射程最大。



如图, 炮弹受到的阻力很大, 炮弹运动的实际轨迹称为弹道曲线, 它跟抛物线相差很多。

◆练习与应用

1. 答案 A: 由 h 决定; BCD: 由 v_0 和 h 共同决定。

做平抛运动的物体, 水平方向做匀速直线运动, $x = v_0 t$; 竖直方向做自由落体运动, $h = \frac{1}{2}gt^2$ 。物体在空中运动的时间 $t =$

$\sqrt{\frac{2h}{g}}$, 由 h 决定; 物体在空中的水平位移 $x = v_0 t = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$, 由初速度 v_0 和 h 共同决定; 物体落地时, 竖直方向的速度 $v_y = gt = g \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2gh}$, 则落地时的合速度 $v = \sqrt{v_0^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$, 由初速度 v_0 和 h 共同决定; 设落地时的速度方向与水平方向的夹角为 θ , $\tan \theta = \frac{v_y}{v_0} = \sqrt{\frac{2gh}{v_0^2}}$, 由初速度 v_0 和 h 共同决定。

2. 答案 将小钢球从斜面上某一位置 A 处无初速度释放; 测量小钢球在地面上的落点 P 与桌面边沿的水平距离 x ; 测量地面到桌面的竖直距离 y , 小钢球离开桌面的速度为 $v = x \sqrt{\frac{g}{2y}}$ 。

3. 答案 零件做平抛运动, 在竖直方向上位移为 $y = \frac{1}{2}gt^2$

经历时间 $t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = \sqrt{\frac{4.9}{9.8}} \text{ s} = 0.71 \text{ s}$

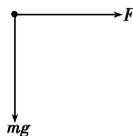
在水平方向位移 $x = vt = 17.3 \text{ m}$

零件做平抛运动的初速度为

$v = \frac{x}{t} = \frac{17.3}{0.71} \text{ m/s} = 87.7 \text{ km/h} > 60 \text{ km/h}$

所以该车已经超速。

4. 答案 (1) 物体受力如图所示



以水平方向和竖直方向为坐标轴建立平面直角坐标系, 水平方向 $a_x = \frac{F}{m}$, 做初速度为零的匀加速直线运动, 则 $v_x = a_x t = \frac{F}{m} t$ 。

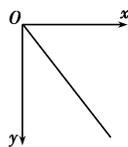
竖直方向: $a_y = \frac{mg}{m} = g$, 做自由落体运动, 则 $v_y = gt$ 。

(2) 沿 x 轴方向: $x = \frac{1}{2} a_x t^2 = \frac{F}{2m} t^2$

沿 y 轴方向: $y = \frac{1}{2} gt^2$

由以上两式约去时间 t 得 $y = \frac{mg}{F} x$

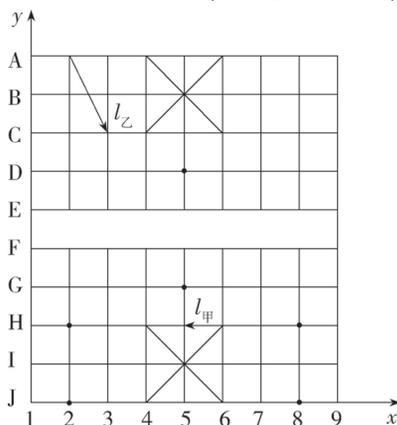
因而, 其运动轨迹为一条直线, 如图所示。



◆复习与提高

A 组

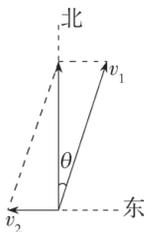
1. 答案 如图所示: $l_{甲x} = -9 \text{ cm}$, $l_{甲y} = 0$; $l_{乙x} = 3 \text{ cm}$, $l_{乙y} = -6 \text{ cm}$



2. 答案 可能沿 a 虚线运动。因为做曲线运动的物体所受合力总是指向运动轨迹的凹侧。

3. 答案 (1) 如图所示, $v_1 = 414 \text{ km/h}$, $v_2 = 54 \text{ km/h}$

飞机应向北偏东 θ 角飞行, 且满足 $\sin \theta = \frac{v_2}{v_1} = \frac{3}{23}$ 飞行。



(2) 飞机向北的速度为 $v = \sqrt{v_1^2 - v_2^2} \approx 410.5 \text{ km/h}$

所用时间为 $t = \frac{s}{v} = \frac{621}{410.5} \text{ h} \approx 1.51 \text{ h}$ 。

4. 答案 摩托车在竖直方向做自由落体运动, 由 $h = \frac{1}{2}gt^2$, 得 $t =$

$$\sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{0.1} \text{ s};$$

水平方向做匀速直线运动, 由 $x = v_0 t$, 得 $v_0 = \frac{x}{t} = \frac{5}{\sqrt{0.1}} \text{ m/s} =$

$$5\sqrt{10} \text{ m/s} \approx 15.82 \text{ m/s}。$$

5. 答案 (1) 1 : 3 : 5 位置情况如图 (2) 不能, 因为竖直方向的位移不同。



6. 答案 y 方向匀速直线运动, $y = v_0 t$, 得 $t = \frac{y}{v_0} = \frac{2}{1} \text{ s} = 2 \text{ s}$

x 方向匀加速直线运动, $x = \frac{1}{2}at^2$, 得 $a = \frac{2x}{t^2} = \frac{2 \times 6}{2^2} \text{ cm/s}^2 =$

$$3 \text{ cm/s}^2$$

$$v_x = at = 3 \times 2 \text{ cm/s} = 6 \text{ cm/s}$$

所以此时 R 的速度大小为: $v = \sqrt{v_0^2 + v_x^2} = \sqrt{1^2 + 6^2} \text{ cm/s} \approx 6.08 \text{ cm/s}$ 。

7. 答案 竖直方向: $40 \text{ m} \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2}gt^2$,

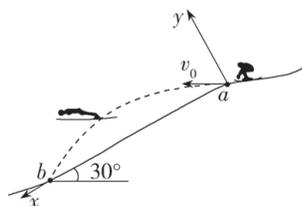
$$\text{水平方向: } v_0 = \frac{40 \text{ m} \cdot \cos 30^\circ}{t}$$

解得: $v_0 = 10\sqrt{3} \text{ m/s}$, $t = 2 \text{ s}$ 。

建立以斜面为 x 轴, 垂直斜面为 y 轴的坐标系,

沿垂直斜面的方向: $v_y = v_0 \sin 30^\circ - g \cos 30^\circ \cdot t$

当运动员在空中沿 y 方向的分速度为 0 时, 也就是速度方向与斜面平行时, 离斜面距离最大。



设运动员飞出 t' 时间与斜面间距离最大, 此时运动员沿 y 方向的分速度为 0,

$$\text{即 } v_0 \sin 30^\circ - g \cos 30^\circ \cdot t' = 0, \text{ 则: } t' = \frac{\sqrt{3}v_0}{3g} = 1 \text{ s}$$

此时沿 y 方向的距离为: $y = v_0 \sin 30^\circ t' - \frac{1}{2}g \cos 30^\circ t'^2 =$

$$\frac{5\sqrt{3}}{2} \text{ m}。$$

B 组

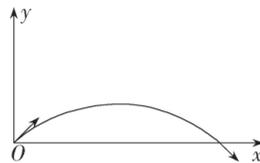
1. 答案 (1) 设从投出到进筐所用时间为 t , 初速度为 v_0

水平方向: $9.8 \text{ m} = v_0 \cos 45^\circ \cdot t$

在 $\frac{t}{2}$ 时, 篮球到达最高点, 其竖直方向的分速度为 0, 则有

$$v_0 \sin 45^\circ - g \cdot \frac{t}{2} = 0$$

两式联立, 解得 $t = 1.4 \text{ s}$, $v_0 \approx 9.9 \text{ m/s}$, 由对称性, 篮球进筐的速度大小为 9.9 m/s 。如图所示:



(2) 篮球投出后的最高点, 沿竖直方向的分速度为 0, 沿竖直

方向的距离为: $h = v_0 \sin 45^\circ \cdot \frac{t}{2} - \frac{1}{2}g \cdot \left(\frac{t}{2}\right)^2 = 2.45 \text{ m}$ 。

2. 答案 需要测量排污管的直径 d , 排污管口到水面的竖直距离 h 和排污管口与污水落点间的水平距离 x 。

水平方向 $x = v_0 t$

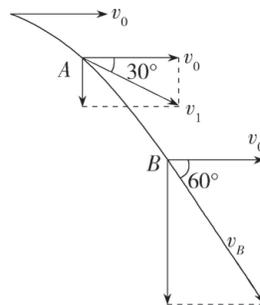
$$\text{竖直方向 } h = \frac{1}{2}gt^2$$

$$\text{每秒钟排污体积: } V = SL = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \frac{v_0 t}{t} = \frac{\pi x d^2}{4} \sqrt{\frac{g}{2h}}。$$

3. 答案 由平抛运动的二级结论, 得 $\frac{y}{x} = \frac{\frac{1}{2}gt^2}{v_x t} = \frac{v_y}{2v_x} = \frac{1}{2} \tan \theta$

4. 答案 小球由 A 到 B 的运动时间为 $t = \frac{\Delta v_y}{g} = \frac{v_{By} - v_{Ay}}{g} =$

$$\frac{v_0 \tan 60^\circ - v_0 \tan 30^\circ}{g} = \frac{2\sqrt{3}v_0}{3g} = \frac{2\sqrt{3}v_1 \cos 30^\circ}{3g} = \frac{v_1}{g}$$



小球由 A 到 B, 水平方向的距离为 $x = v_0 t = \frac{\sqrt{3}}{2}v_1 \cdot \frac{v_1}{g} = \frac{\sqrt{3}}{2g}v_1^2$

竖直方向的距离为 $y = v_{Ay}t + \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}v_1t + \frac{1}{2}gt^2 = \frac{v_1^2}{g}$

A、B 两点间的距离为 $s = \sqrt{x^2 + y^2} = \frac{\sqrt{7}v_1^2}{2g}$ 。

5. 答案 (1) 当竖直方向的分速度为 0 时, 质点运动的速度最小, 这时只有水平方向的分速度为 v_0 。

当质点的速度大小变为 $2v_0$ 时, 设速度方向与水平方向的夹角

为 θ , $\cos \theta = \frac{v_0}{2v_0} = \frac{1}{2}$, 所以 $\theta = 60^\circ$;

(2) 竖直方向的分速度为: $v_y = \sqrt{(2v_0)^2 - v_0^2} = \sqrt{3}v_0$, 质点速度由 v_0

增加到 $2v_0$ 的过程所用的时间为 $t = \frac{\Delta v_y}{a} = \frac{\sqrt{3}v_0 - 0}{\frac{F}{m}} = \frac{\sqrt{3}mv_0}{F}$ 。

6. 答案 (1) x 方向做匀加速直线运动, $x = 4t + \frac{1}{2} \cdot 2t^2$, $v_x = 4 \text{ m/s} + 2t$

y 方向做匀速直线运动, $v_y = -5 \text{ m/s}$, $y = 10 \text{ m} - 5t$ 。

$t = 0.5 \text{ s}$ 时, $v_x = 4 \text{ m/s} + 2t = 5 \text{ m/s}$, $v_y = -5 \text{ m/s}$, 所以质点的速度大小为 $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 5\sqrt{2} \text{ m/s}$, 设速度与 x 方向的夹角为 θ ,

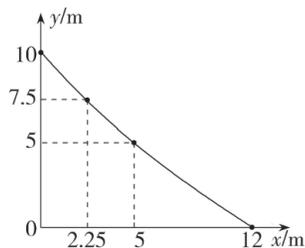
$\tan \theta = \frac{|v_y|}{v_x} = 1$, 所以 $\theta = 45^\circ$, 与 x 方向成 45° 角向下;

(2) $t = 0.5 \text{ s}$ 时, $x = 4t + \frac{1}{2} \cdot 2t^2 = 2.25 \text{ m}$, $y = 10 \text{ m} - 5t = 7.5 \text{ m}$, 质点在 $(2.25 \text{ m}, 7.5 \text{ m})$ 处;

(3) 用上述方法得出几个位置:

$t = 0$ 时, $(0, 10 \text{ m})$; $t = 0.5 \text{ s}$ 时, $(2.25 \text{ m}, 7.5 \text{ m})$;

$t = 1 \text{ s}$ 时, $(5 \text{ m}, 5 \text{ m})$; $t = 2 \text{ s}$ 时, $(12 \text{ m}, 0)$ 。



第六章 圆周运动

1 圆周运动

◆ 练习与应用

1. 答案 位于赤道和位于北京的物体随地球自转做匀速圆周运动的角速度相等, 都是 $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \times 3.14}{24 \times 3600} \text{ rad/s} = 7.27 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$ 。

位于赤道的物体随地球自转做匀速圆周运动的线速度 $v_1 = \omega R = 465.28 \text{ m/s}$ 。

位于北京的物体随地球自转做匀速圆周运动的线速度 $v_2 = \omega R \cos 40^\circ = 356.43 \text{ m/s}$ 。

2. 答案 (1) $\frac{\omega_{\text{分}}}{\omega_{\text{时}}} = \frac{\frac{2\pi}{3600}}{\frac{2\pi}{12 \times 3600}} = \frac{12}{1}$;

(2) $\frac{v_{\text{分}}}{v_{\text{时}}} = \frac{\omega_{\text{分}} R_{\text{分}}}{\omega_{\text{时}} R_{\text{时}}} = \frac{12 \times 1.4}{1 \times 1} = \frac{84}{5}$ 。

3. 答案 设小轮半径为 r , 角速度为 ω , 则 A、B、C 三点的线速度、角速度如表:

	线速度	角速度
A	ωr	$\frac{1}{2}\omega$
B	ωr	ω
C	$\frac{1}{2}\omega r$	$\frac{1}{2}\omega$

(1) A、B 两点线速度相等, 角速度与半径成反比;

(2) A、C 两点角速度相等, 线速度与半径成正比;

(3) B、C 两点半径相等, 线速度与角速度成正比。

4. 答案 磁盘转速为 7200 r/min

故磁盘转动周期为 $T = \frac{60}{7200} \text{ s} = \frac{1}{120} \text{ s}$

(1) 扫描每个扇区的时间为

$t = \frac{T}{8192} = \frac{1}{8192 \times 120} \text{ s} = \frac{1}{983040} \text{ s}$

(2) 每个扇区的字节数为 512 个

1 s 内读取的字节数为:

$\frac{1}{t} \times 512 \text{ 个} = 983040 \times 512 \text{ 个} = 503316480 \text{ 个}$ 。

2 向心力

◆ 思考与讨论 P27

答案 小球受到三个力作用, 重力、光滑桌面的支持力、细线的拉力, 重力与桌面的支持力等大反向, 小球受到的合力等于细线的拉力, 沿半径指向圆心, 它使小球做圆周运动。

◆ 思考与讨论 P29

答案 物体所受合力的方向与速度方向的夹角大于 90° 。

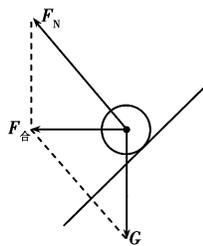
◆ 练习与应用

1. 答案 由于地球在太阳的引力作用下做匀速圆周运动, 设引力为 F 。地球运动周期为 $T = 365 \times 24 \times 3600 \text{ s} = 3.15 \times 10^7 \text{ s}$ 。根据牛顿第二定律得

$$F = m \frac{4\pi^2}{T^2} r = 6.0 \times 10^{24} \times \frac{4 \times 3.14^2}{(3.15 \times 10^7)^2} \times 1.5 \times 10^{11} \text{ N} = 3.58 \times 10^{22} \text{ N}。$$

2. 答案 小球在漏斗壁上的受力如图所示。

小球所受重力 G 与漏斗壁对小球的支持力 F_N 的合力提供了小球做匀速圆周运动的向心力。



3. 答案 (1) 根据牛顿第二定律得

$$F = m\omega^2 r = 0.10 \times 4^2 \times 0.10 \text{ N} = 0.16 \text{ N}$$

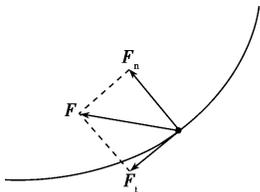
(2) 甲的意见是正确的; 理由: 小物体有沿半径背离圆心运动的趋势。

4. 答案 设小球的质量为 m , 钉子 A 与小球间的距离为 r 。小球从一定高度下落时, 通过最低点的速度为定值, 设为 v_0 。小球通过最低点时做半径为 r 的圆周运动, 绳子的拉力 F_T 和重力 G 的合力提供了向心力, 即

$$F_T - G = m \frac{v_0^2}{r}, \text{得 } F_T = G + m \frac{v_0^2}{r}$$

在 G 、 m 、 v_0 一定的情况下, r 越小, F_T 越大, 即绳子承受的拉力越大, 绳子越容易断。

5. 答案 汽车在行驶中速度越来越小, 所以汽车在轨迹的切线方向做减速运动, 切线方向所受的合外力方向如图 F_t 所示; 同时汽车做曲线运动, 必有向心加速度, 向心力方向如图 F_n 所示。汽车所受合外力 F 为 F_t 、 F_n 的合力, 图丙正确。



3 向心加速度

◆思考与讨论

答案 对于自行车大齿轮、小齿轮、后轮上的 A 、 B 、 C 三点, B 、 C 两点角速度相等, 向心加速度的关系适用于“向心加速度与半径成正比”; A 、 B 两点线速度相等, 向心加速度的关系适用于“向心加速度与半径成反比”。

◆练习与应用

1. 答案 A. 甲、乙两物体的线速度相等时, 利用 $a_n = \frac{v^2}{r}$ 可知, 半径小的向心加速度大, 所以乙的向心加速度大。

B. 甲、乙两物体的周期相等时, 利用 $a_n = \frac{4\pi^2}{T^2} r$ 可知, 半径大的向心加速度大, 所以甲的向心加速度大。

C. 甲、乙两物体的角速度相等时, 利用 $a_n = v\omega$ 可知, 线速度大的向心加速度大, 所以甲的向心加速度大。

D. 甲、乙两物体的线速度相等时, 利用 $a_n = v\omega$ 可知, 角速度大的向心加速度大。由于在相等时间内甲与圆心的连线扫过的角度比乙大, 所以甲的角速度大, 甲的向心加速度大。

2. 答案 月球公转周期为 $T = 27.3 \times 24 \times 3600 \text{ s} = 2.36 \times 10^6 \text{ s}$, 月球公转的向心加速度为

$$a_n = \frac{4\pi^2}{T^2} r = \frac{4 \times 3.14^2}{(2.36 \times 10^6)^2} \times 3.84 \times 10^8 \text{ m/s}^2 = 2.7 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2.$$

3. 答案 (1) 由于皮带与两轮之间不发生滑动, 所以两轮边缘上各点的线速度大小相等, 设电动机皮带轮与机器皮带轮边缘上的点的线速度大小分别为 v_1 、 v_2 , 角速度大小分别为 ω_1 、 ω_2 , 边缘上的点运动的半径分别为 r_1 、 r_2 , 则

$$v_1 = v_2, v_1 = \omega_1 r_1, v_2 = \omega_2 r_2$$

$$\text{又 } \omega = 2\pi n$$

$$\text{所以 } n_1 : n_2 = \omega_1 : \omega_2 = r_2 : r_1 = 3 : 1$$

(2) A 点的向心加速度为

$$a_{nA} = \omega_2^2 \times r_A = \omega_2^2 \times \frac{r_2}{2} = \frac{1}{2} a_{n2} = 0.05 \text{ m/s}^2$$

(3) 电动机皮带轮边缘上某点的向心加速度为

$$a_{n1} = \frac{v_1^2}{r_1} = a_{n2} \times \frac{r_2}{r_1} = 0.10 \times 3 \text{ m/s}^2 = 0.30 \text{ m/s}^2.$$

4. 答案 A、B 两艘快艇做匀速圆周运动, 由于在相等时间内, 它们通过的路程之比是 4 : 3, 所以它们的线速度之比为 4 : 3; 由于在相等时间内, 它们运动方向改变的角度之比是 3 : 2, 所以它们的角速度之比为 3 : 2。

由于向心加速度 $a_n = v\omega$, 所以它们的向心加速度之比为 2 : 1。

4 生活中的圆周运动

◆思考与讨论 P36

答案 为汽车或自行车转弯提供了一部分向心力, 避免转弯车速过大而打滑。

◆思考与讨论 P37

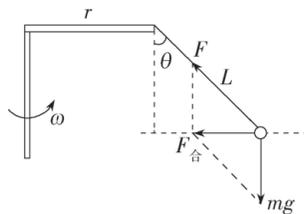
答案 如果把地球看作一个巨大的拱形桥, 则车速越大, 地面对车的支持力就越小, 当速度大到一定值时, 地面对车的支持力为零, 此时速度约为 $v' = \sqrt{gR'} = \sqrt{10 \times 6.4 \times 10^6} \text{ m/s} = 8000 \text{ m/s}$ 。这时驾驶员与座椅之间的压力为零, 驾驶员躯体各部分之间的压力也是零, 他有飞起来的感觉。这时汽车里面的人和物处于完全失重状态。

◆练习与应用

1. 答案 小螺丝钉做匀速圆周运动所需要的向心力 F 由飞轮提供, 根据牛顿第三定律, 小螺丝钉将给飞轮向外的作用力, 飞轮在这个力的作用下, 将对转轴产生作用力, 大小也是 F 。

$$\begin{aligned} F &= m\omega^2 r = m \cdot 4\pi^2 n^2 r \\ &= 0.01 \times 4 \times 3.14^2 \times 1000^2 \times 0.2 \text{ N} \\ &= 78876.8 \text{ N}. \end{aligned}$$

2. 答案 如图所示飞椅圆周运动的半径为 $R = r + L \sin \theta$,



向心力由合力提供, 有 $mg \tan \theta = m\omega^2 (r + L \sin \theta)$,

$$\text{所以 } \omega = \sqrt{\frac{g \tan \theta}{r + L \sin \theta}}.$$

3. 答案 此题有两种思路。

第一种, 假设汽车不发生侧滑, 由于静摩擦力提供向心力, 所以向心力有最大值, 根据牛顿第二定律得 $f = m \frac{v^2}{r}$, 所以一定对应最大拐弯速度, 设为 v_m , 则

$$v_m = \sqrt{\frac{f_m r}{m}} = \sqrt{\frac{1.4 \times 10^4 \times 50}{2.0 \times 10^3}} \text{ m/s}$$

$$= 18.71 \text{ m/s} = 67.36 \text{ km/h} < 72 \text{ km/h}$$

所以, 如果汽车以 72 km/h 的速度拐弯, 将会发生侧滑。

第二种, 假设汽车以 72 km/h 的速度拐弯时, 不发生侧滑, 所需向心力为 F , 则

$$F = m \frac{v^2}{r} = 2.0 \times 10^3 \times \frac{20^2}{50} \text{ N} = 1.6 \times 10^4 \text{ N} > 1.4 \times 10^4 \text{ N}$$

所以静摩擦力不足以提供相应的向心力, 汽车以 72 km/h 的速度拐弯时, 将会发生侧滑。

4. 答案 (1) 汽车在桥顶部做圆周运动, 重力 G 和支持力 F_N 的

合力提供向心力, 即 $G - F_N = m \frac{v^2}{r}$

汽车所受支持力

$$F_N = G - m \frac{v^2}{r} = \left(800 \times 9.8 - 800 \times \frac{5^2}{50} \right) \text{ N} = 7440 \text{ N}$$

根据牛顿第三定律得, 汽车对桥顶的压力大小是 7440 N。

(2) 根据题意, 当汽车对桥顶没有压力时, 即 $F_N = 0$, 对应的速度为 v , 则

$$v = \sqrt{\frac{Gr}{m}} = \sqrt{\frac{800 \times 9.8 \times 50}{800}} \text{ m/s} = 22.1 \text{ m/s} = 79.6 \text{ km/h}.$$

(3) 汽车在桥顶部做圆周运动,重力 G 和支持力 F_N 的合力提供向心力,即 $G-F_N=m\frac{v^2}{r}$

汽车所受支持力 $F_N=G-m\frac{v^2}{r}$,对于相同的行驶速度,拱桥圆弧半径越大,桥面所受压力越大,汽车行驶越安全。

(4) 根据第(2)问的分析,对应的速度为 v_0 ,则

$$v_0 = \sqrt{\frac{GR}{m}} = \sqrt{\frac{800 \times 9.8 \times 6400 \times 10^3}{800}} \text{ m/s} \\ = 7.9 \times 10^3 \text{ m/s} = 7.9 \text{ km/s}.$$

5. 答案 在最低点,小孩受力如图,由牛顿第二定律得



$$N - mg = m \frac{v^2}{l}$$

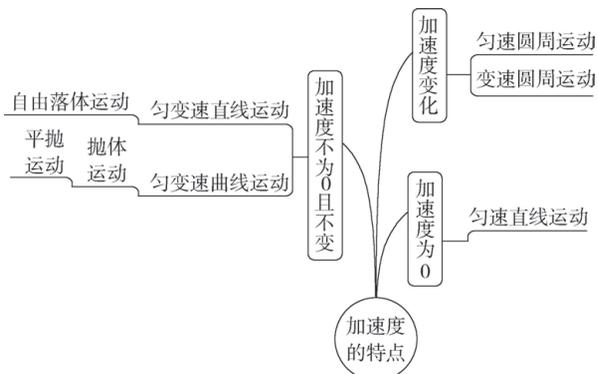
$$\text{则 } N = mg + m \frac{v^2}{l} = 245 \text{ N} + \frac{25 \times 5^2}{2.5} \text{ N} = 495 \text{ N}$$

根据牛顿第三定律可知,小孩对秋千的压力为 $N' = N = 495 \text{ N}$ 。

◆复习与提高

A 组

1. 答案



2. 答案 由同轴转动的特点有 $\omega_B = \omega_C = \omega_D$; 由皮带传动的特点有 $v_A = v_C$,

由 $v = \omega R$ 得:

$$v_B : v_C : v_D = 1 : 2 : 4$$

$$\text{所以 } v_A : v_B : v_C : v_D = 2 : 1 : 2 : 4$$

由 $\omega = \frac{v}{R}$ 得:

$$\omega_A : \omega_C = 2 : 1$$

$$\text{所以 } \omega_A : \omega_B : \omega_C : \omega_D = 2 : 1 : 1 : 1$$

由 $a = \omega^2 R$ 得:

$$a_A : a_B : a_C : a_D = 4 : 1 : 2 : 4.$$

3. 答案 $\omega = \sqrt{\frac{g}{r}}$

为了使宇航员在旋转舱受到与他站在地球表面时相同大小的支持力,即宇航员随旋转舱转动的向心加速度为定值,且有 $a = g$, 宇航员随旋转舱转动的加速度为 $a = \omega^2 r$, 两式联立,有 $\omega = \sqrt{\frac{g}{r}}$ 。

4. 答案 两球在同一杆上绕同一点转动,可知两者角速度相同。

$$\text{对 A 球, } F_A = 3m\omega^2 \frac{L}{2}$$

$$\text{对 B 球, } F_B = m\omega^2 \frac{L}{2}$$

转轴受到杆的拉力大小为 $F = F_A - F_B = m\omega^2 L$

5. 答案 在最低点更容易甩出。以水为研究对象,水受到重力、衣服对水的附着力,合力提供其做圆周运动的向心力。随着滚筒转速的增加,需要的向心力增加,当附着力不足以提供需要的向心力时,水做离心运动,在最低点时, $F - mg = m\frac{v^2}{R}$, v 、 R 、 m 、 g 一定,最低点时需要的附着力最大,所以最低点最易甩出。

6. 答案 $f = mg = 0.006 \times 10 \text{ N} = 0.06 \text{ N}$

$$F_N = m\omega^2 R = m \cdot (2\pi n)^2 R = 0.006 \times (2\pi \times 10)^2 \times \frac{0.3}{2} \text{ N} = 3.55 \text{ N}$$

7. 答案 由 $mg \tan \theta = m\omega^2 R \sin \theta$

$$\text{得 } \omega = \sqrt{\frac{g \tan \theta}{R \sin \theta}} = \sqrt{\frac{g}{R \cos \theta}}$$

$$\text{又 } \theta = 60^\circ, \omega = \sqrt{\frac{2g}{R}}$$

B 组

1. 答案 (1) 小球在 B 点的速度为最小速度时, $mg = m\frac{v^2}{R}$ 得 $v =$

$$\sqrt{gR} = 2 \text{ m/s}$$

(2) 水平方向 $x = vt$,

$$\text{竖直方向 } 2R = \frac{1}{2}gt^2$$

解得 $x = 0.8 \text{ m}$ 。

2. 答案 (1) $v = \frac{l}{t}, \omega = \frac{\theta}{t}$, 向心加速度 $a = v\omega = \frac{l}{t} \cdot \frac{\theta}{t} = \frac{l\theta}{t^2}$

(2) 由加速度定义,得 $a = \frac{\Delta v}{t}$ 。

3. 答案 两次闪光时间间隔为 $\frac{1}{21} \text{ s}$, 圆盘在这段时间内顺时针

转过的角度为 $\frac{1}{21} \cdot 2\pi \cdot 20 = \frac{20}{21} \cdot 2\pi$, 白点转过的角度小于圆盘转过的角度,所以感觉白点逆时针转动。

人感觉白点转过的角度为 $2\pi - \frac{20}{21} \cdot 2\pi = \frac{1}{21} \cdot 2\pi$

$$\text{人感觉白点转动的角速度为 } \omega = \frac{\frac{1}{21} \cdot 2\pi}{\frac{1}{21}} = 2\pi$$

人观察白点的转动周期为 $T = \frac{2\pi}{\omega} = 1 \text{ s}$ 。

4. 答案 (1) 小球在最高点处,杆对球的作用力有 3 种情况:

① 当 $m\omega^2 l = mg$, 即 $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$ 时,向心力完全由重力提供,此时杆对球的作用力 $F = 0$;

② 当 $\omega > \sqrt{\frac{g}{l}}$ 时,小球在最高点的受力情况如图 1 所示,



图 1

$$F + mg = m\omega^2 l, \text{ 所以 } F = m\omega^2 l - mg;$$

③ 当 $\omega < \sqrt{\frac{g}{l}}$ 时,小球在最高点的受力情况如图 2 所示,



图 2

$mg - F = m\omega^2 l$, 所以 $F = mg - m\omega^2 l$.

(2) 小球在水平位置 A 时, 受力如图 3 所示,

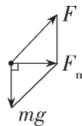
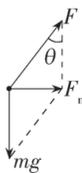


图 3

由勾股定理可得, $\sqrt{F^2 - (mg)^2} = m\omega^2 l$,

所以 $F = m\sqrt{\omega^4 l^2 + g^2}$.

5. 答案 (1) 设绳与竖直方向的夹角为 θ , 以小球为研究对象进行受力分析.



$F \sin \theta = m\omega^2 l \sin \theta$, 即 $F = m\omega^2 l$

(2) $mg \tan \theta = m\omega^2 l \sin \theta$

$h = l \cos \theta$

两式联立得: $\frac{mg \tan \theta}{h} = \frac{m\omega^2 l \sin \theta}{l \cos \theta}$, 即 $\omega = \sqrt{\frac{g}{h}}$, 所以 ω 与 l 无关;

(3) $F = \frac{mg}{\cos \theta} = \frac{mg}{\frac{h}{l}} = \frac{mgl}{h}$.

6. 答案 (1) 球在最低点时, $F - mg = m \frac{v^2}{R}$, $R = \frac{d}{4}$,

绳被拉断后, 小球做平抛运动, $d = vt$, $d - \frac{d}{4} = \frac{1}{2}gt^2$,

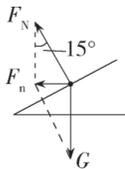
联立解得, 绳子承受的最大拉力为 $F = \frac{11}{3}mg$;

(2) $\frac{11}{3}mg - mg = m \frac{v^2}{R}$, $x = vt$, $d - R = \frac{1}{2}gt^2$

解得 $x = \sqrt{\frac{16R(d-R)}{3}}$,

当 $R = \frac{d}{2}$ 时, x 最大, $x_m = \frac{2\sqrt{3}}{3}d$.

7. 答案 (1) 自行车不受摩擦力时, 受力分析如图所示



由 $mg \tan 15^\circ = m \frac{v^2}{R}$

得 $v = \sqrt{Rg \tan 15^\circ} = 12.68 \text{ m/s}$

(2) 当 $v = 18 \text{ m/s}$ 时, $v > 12.68 \text{ m/s}$, 自行车会受到沿斜面向下的摩擦力,

由 $(mg + f \sin 15^\circ) \tan 15^\circ + f \cos 15^\circ = m \frac{v^2}{R}$,

解得 $f \approx 262.58 \text{ N}$, 方向沿斜面向下.

第七章 万有引力与宇宙航行

1 行星的运动

◆做一做

答案 保持绳长不变, 当两焦点不断靠近时, 椭圆形状越来越接近圆; 焦点重合时, 半长轴转变为圆半径.

◆练习与应用

1. 答案 行星绕太阳的运动按圆轨道处理, 根据开普勒第三定律有

$$\frac{r_{\text{地日}}^3}{T_{\text{地球公转}}^2} = \frac{r_{\text{火日}}^3}{T_{\text{火星公转}}^2}, \text{ 即 } T_{\text{火星公转}}^2 = \frac{r_{\text{火日}}^3}{r_{\text{地日}}^3} \cdot T_{\text{地球公转}}^2$$

所以 $T_{\text{火星公转}} = \sqrt{1.5^3} \times 365 \text{ 天} \approx 671 \text{ 天}$.

2. 答案 根据开普勒第二定律可知, 卫星在近地点的速度较大, 在远地点的速度较小.

3. 答案 这节的讨论属于根据物体的运动探究它受的力. 前一章平抛运动的研究属于根据物体的受力推测它的运动, 而圆周运动的研究属于根据物体的运动探究它受的力.

4. 答案 无法在实验室验证的规律就是开普勒第三定律 $\frac{r^3}{T^2} = k$, 开普勒第三定律是开普勒根据研究天文学家第谷的行星观测数据发现的.

2 万有引力定律

◆思考与讨论 P51

答案 月球运动的向心加速度为 $a_{\text{月}} = \omega^2 r = \frac{4\pi^2}{T^2} r = \frac{4 \times 3.14^2}{(2.36 \times 10^6)^2} \times$

$3.8 \times 10^8 \text{ m/s}^2 \approx 2.7 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2 = \frac{1}{60}g$, 所以可以验证前面的假设.

◆思考与讨论 P52

答案 篮球所受的重力为 $G = mg = 0.6 \times 9.8 \text{ N} = 5.88 \text{ N}$.

操场上相距 0.5 m 的两个篮球之间的万有引力为 $F = G \frac{mm}{r^2} =$

$6.67 \times 10^{-11} \times \frac{0.6 \times 0.6}{0.5^2} \text{ N} \approx 9.6 \times 10^{-11} \text{ N}$.

◆练习与应用

1. 答案 假设两个人的质量都为 60 kg, 相距 1 m, 则他们之间的万有引力可估算:

$$\begin{aligned} F &= G \frac{m^2}{r^2} \\ &= 6.67 \times 10^{-11} \times \frac{60^2}{1^2} \text{ N} \\ &= 2.4 \times 10^{-7} \text{ N} \end{aligned}$$

这样小的力我们是无法察觉的, 所以我们通常分析物体受力时不需要考虑物体间的万有引力.

2. 答案 根据万有引力定律得

$$\begin{aligned} F &= G \frac{m_1 m_2}{r^2} \\ &= 6.67 \times 10^{-11} \times \frac{2.0 \times 10^{40} \times 2.0 \times 10^{39}}{(5 \times 10^4 \times 3.0 \times 10^8 \times 365 \times 24 \times 3600)^2} \text{ N} \\ &= 1.19 \times 10^{28} \text{ N} \end{aligned}$$

3. 答案 根据万有引力定律可得:

$$\begin{aligned} \text{太阳对地球的引力为 } F_{\text{太}} &= G \frac{m_{\text{太}} m}{r_{\text{太}}^2}, \\ \text{月球对地球的引力为 } F_{\text{月}} &= G \frac{m_{\text{月}} m}{r_{\text{月}}^2}, \end{aligned}$$

$$\text{所以 } \frac{F_{\text{太}}}{F_{\text{月}}} = \frac{m_{\text{太}} r_{\text{月}}^2}{m_{\text{月}} r_{\text{太}}^2} = \frac{2.7 \times 10^7}{(3.9 \times 10^2)^2} \approx 177.5。$$

4. 答案 木卫二绕木星圆周运动,木星对木卫二的引力提供向心力,

$$\text{由万有引力定律,得: } G \frac{m_{\text{木}} m}{r^2} = m \frac{4\pi^2}{T^2} r$$

$$\text{木卫二的周期为 } T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{G m_{\text{木}}}} = \sqrt{\frac{4 \times 3.14^2 \times (6.7 \times 10^8)^3}{6.67 \times 10^{-11} \times 1.9 \times 10^{27}}} \text{ s} \approx 3.06 \times 10^5 \text{ s} = 85 \text{ h}。$$

3 万有引力理论的成就

◆思考与讨论

答案 太阳的质量 $m_{\text{太}} = \frac{4\pi^2 r^3}{G T^2} = \frac{4 \times 3.14^2 \times (1.5 \times 10^{11})^3}{6.67 \times 10^{-11} \times (365 \times 24 \times 3600)^2} \text{ kg} \approx 2 \times 10^{30} \text{ kg}。$

虽然不同行星与太阳间的距离 r 和绕太阳公转的周期 T 各不相同,但是根据开普勒第三定律,所有行星的 $\frac{r^3}{T^2}$ 均相同,所以无论选择哪颗行星的轨道半径和公转周期进行计算,所得的太阳质量均相同。

◆练习与应用

1. 答案 在月球表面有 $G \frac{m_{\text{月}} m}{R_{\text{月}}^2} = mg_{\text{月}}$

$$\begin{aligned} \text{得到 } g_{\text{月}} &= G \frac{m_{\text{月}}}{R_{\text{月}}^2} \\ &= 6.67 \times 10^{-11} \times \frac{7.3 \times 10^{22}}{(1.7 \times 10^3 \times 10^3)^2} \text{ m/s}^2 \\ &= 1.68 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

$g_{\text{月}}$ 约为地球表面重力加速度的 $1/6$ 。在月球上人感觉很轻,习惯在地球表面行走的人,在月球表面行走时是跳跃前进的。若宇航员在地面上最多能举起质量为 m 的物体,他在月球表面最多能举起质量是 $6m$ 的物体。

2. 答案 在地球表面,对于质量为 m 的物体有

$$\begin{aligned} G \frac{m_{\text{地}} m}{R_{\text{地}}^2} &= mg \\ \text{得 } g &= \frac{G m_{\text{地}}}{R_{\text{地}}^2} \end{aligned}$$

对于质量不同的物体,得到的结果是相同的,即这个结果与物体本身的质量 m 无关。

$$\text{又根据万有引力定律: } G \frac{m_{\text{地}} m}{r^2} = mg$$

高山上的 r 较大,所以在高山上的重力加速度 g 值就较小。

3. 答案 卫星绕地球做圆周运动的向心力由地球对卫星的万有引力提供,有 $G \frac{m_{\text{地}} m}{r^2} = m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 r$, 得地球质量 $m_{\text{地}} = \frac{4\pi^2 r^3}{G T^2} =$

$$\frac{4\pi^2 \times (6.8 \times 10^6)^3}{6.67 \times 10^{-11} \times (5.6 \times 10^3)^2} \text{ kg} = 5.9 \times 10^{24} \text{ kg}。$$

4. 答案 (1) 哈雷彗星最近出现的时间是 1986 年,预测下次飞近地球将在 2061 年左右,哈雷彗星的周期是 76 年,由开普勒

$$\text{第三定律可得: } \frac{r_{\text{彗}}^3}{r_{\text{地}}^3} = \sqrt[3]{\left(\frac{T_{\text{彗}}}{T_{\text{地}}}\right)^2} = \sqrt[3]{76^2} \approx 18$$

(2) 根据开普勒第二定律,哈雷彗星在近日点的速度大于它在远日点的速度,即: $v_1 > v_2$ 。

由万有引力定律,太阳对哈雷彗星的引力为 $F = G \frac{m_{\text{太}} m}{r^2}$, 由牛

$$\text{顿第二定律,哈雷彗星的加速度 } a = \frac{F}{m} = \frac{G m_{\text{太}}}{r^2},$$

哈雷彗星在近日点和远日点的加速度大小之比为 $\frac{a_1}{a_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$ 。

4 宇宙航行

◆思考与讨论

答案 物体在地面附近绕地球做匀速圆周运动时,可近似认为向心力是由重力提供的,有

$$mg = m \frac{v^2}{R}$$

由此解出

$$v = \sqrt{gR}$$

◆练习与应用

1. 答案 当角速度 ω 不变时,根据公式 $v = \omega r$, 轨道半径增大 2 倍,速度 v 也增大 2 倍。

但对于人造地球卫星来讲,当轨道半径增大时,角速度会改变。所以第一种说法不正确;

在公式 $v = \sqrt{\frac{G m_{\text{地}}}{r}}$ 中,当轨道半径 r 增大时,引力常量 G 和地球质量都不变,因此人造地球卫星的速度减小。

2. 答案 神舟五号绕地球运动的向心力由其受到的地球的万有引力提供。

$$G \frac{m_{\text{地}} m}{r^2} = m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 r, r = \sqrt[3]{\frac{G m_{\text{地}} T^2}{4\pi^2}}$$

$$\text{其中周期 } T = \frac{24 \times 60 - (2 \times 60 + 37)}{14} \text{ min} \approx 91.64 \text{ min, 则}$$

$$\begin{aligned} r &= \sqrt[3]{\frac{6.67 \times 10^{-11} \times 6.0 \times 10^{24} \times (91.64 \times 60)^2}{4\pi^2}} \text{ m} \\ &= 6.7 \times 10^6 \text{ m} \end{aligned}$$

其距地面的高度为 $h = r - R = 6.7 \times 10^6 \text{ m} - 6.4 \times 10^6 \text{ m} = 3 \times 10^5 \text{ m} = 300 \text{ km}。$

3. 答案 对于在地球表面的物体, $G \frac{m_{\text{地}} m}{R^2} = mg$

$$\text{对于地球同步卫星, } G \frac{m_{\text{地}} m}{r^2} = m \frac{4\pi^2}{T^2} r$$

$$\text{两式联立,得地球同步卫星的轨道半径为 } r = \sqrt[3]{\frac{g R^2 T^2}{4\pi^2}}$$

$$\text{地球同步卫星的加速度 } a = \frac{m \frac{4\pi^2}{T^2} r}{m} = \frac{4\pi^2}{T^2} \sqrt[3]{\frac{g R^2 T^2}{4\pi^2}}。$$

4. 答案 设金星质量为 m_1 、半径为 R_1 、金星表面自由落体加速度为 g_1 。

在金星表面有

$$G \frac{m_1 m}{R_1^2} = mg_1 \quad \text{①}$$

设地球质量为 m_2 、半径为 R_2 、地球表面自由落体加速度为 g_2 。在地球表面有

$$G \frac{m_2 m}{R_2^2} = mg_2 \quad \text{②}$$

$$\text{由以上两式得: } \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{R_2^2}{R_1^2} = \frac{g_1}{g_2}$$

$$g_1 = \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{R_2^2}{R_1^2} \cdot g_2 = \frac{82\%}{1} \times \frac{1^2}{95\%} \times 9.8 \text{ m/s}^2$$

$$= 8.9 \text{ m/s}^2$$

$$\text{由 } G \frac{m_1 m}{R_1^2} = m \frac{v^2}{R_1}$$

$$\text{得 } v = \sqrt{\frac{Gm_1}{R_1}} = \sqrt{R_1 g_1} = \sqrt{95\% \cdot R_2 g_1} = 7.36 \text{ km/s}.$$

5 相对论时空观与牛顿力学的局限性

◆思考与讨论

答案 若选择与 μ 子一起运动的某一物体为参考系,此时 μ 子的平均寿命是 $3.0 \mu\text{s}$ 。

$$\text{若对于地面上的观测者来, } \Delta t = \frac{\Delta \tau}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{3 \times 10^{-6}}{\sqrt{1 - (0.99)^2}} \text{ s} =$$

$$21 \times 10^{-6} \text{ s} = 21 \mu\text{s},$$

μ 子的平均寿命是 $21 \mu\text{s}$ 。

◆练习与应用

1. 答案 对于地面上的人来说,以地面为参考系,因闪光向前、后壁传播的速率对地面是相同的,由于闪光同时到达车厢的前壁后壁,在闪光飞向两壁的过程中,车厢向前进行了一段距离,所以光源靠近车厢前壁。

对于火车上的人来说,以车厢为参考系,车厢是个惯性系,闪光向前、后壁传播的速率相同,由于光源靠近车厢前壁,所以闪光会先到达前壁。

2. 答案 飞船相对地面的速度为 $v = 8 \text{ km/s} = 8\,000 \text{ m/s}$,

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{8\,000}{3 \times 10^8}\right)^2}} \text{ min} = (1 + 3.6 \times 10^{-10}) \text{ min}$$

3. 答案 当火箭的速度是 3 km/s 时,火箭外面的观察者测火箭长度时,测得长度将变短,由相对论尺缩效应公式知 $l' =$

$$l \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} = 30 \sqrt{1 - \left(\frac{3\,000}{3 \times 10^8}\right)^2} \text{ m} \approx 30 \text{ m}.$$

由于火箭相对于火箭上的人是静止的,所以火箭上的人测得的火箭长度与火箭静止时测得的长度相同,即 30 m 。

如果火箭的速度是光速的一半,火箭外面的观察者测火箭长度,将 $v = \frac{c}{2}$ 代入长度收缩效应公式得

$$l' = l \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} = 30 \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} \text{ m} \approx 25.98 \text{ m}.$$

◆复习与提高

A 组

1. 答案 在公式 $F = m \frac{v^2}{r}$ 中,当 m 、 v 不变时, r 增大到 2 倍时,向心力 F 减小为原来的 $\frac{1}{2}$ 。而实际上当轨道半径 r 增大到 2 倍时,人造地球卫星的运行速度 v 会发生改变,所以第一个同学的说法是错误的。

在公式 $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ 中,当轨道半径 r 增大到 2 倍时,引力常量 G 、地球和卫星的质量 m_1 、 m_2 都不变,因此人造地球卫星需要的向心力减小为原来的 $\frac{1}{4}$,第二位同学的说法是正确的。

2. 答案 火箭的发射速度是相对于地心的发射速度,等于相对于地面的发射速度加上地球自转的线速度。地球自转的线速度越大,相对于地心发射时速度越大,卫星越容易发射出去,

在赤道处,半径最大,地球自转线速度最大。

3. 答案 地球对人的引力为 $F_{\text{地}} = mg = 60 \times 9.8 \text{ N} = 588 \text{ N}$
太阳对人的引力为

$$F_{\text{太}} = G \frac{m_{\text{太}} m}{r^2} = \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 2.0 \times 10^{30} \times 60}{(1.5 \times 10^{11})^2} \text{ N} \approx 0.356 \text{ N}.$$

所以太阳对人的引力比地球对人的引力小得多,可忽略不计。

4. 答案 当地球对它的引力和月球对它的引力大小相等时,

$$G \frac{m_{\text{地}} m}{r_{\text{地}}^2} = G \frac{m_{\text{月}} m}{r_{\text{月}}^2}, \text{化简可得: } \frac{r_{\text{地}}}{r_{\text{月}}} = \sqrt{\frac{m_{\text{地}}}{m_{\text{月}}}} = \sqrt{81} = 9.$$

5. 答案 绕地球表面做圆周运动的宇宙飞船, $G \frac{m_{\text{地}} m}{R_{\text{地}}^2} = m \frac{v_{\text{地}}^2}{R_{\text{地}}}$,

$$\text{其运行速度为地球的第一宇宙速度 } v_{\text{地}} = \sqrt{\frac{Gm_{\text{地}}}{R_{\text{地}}}} = 7.9 \text{ km/s}.$$

$$\text{绕海王星表面做圆周运动的宇宙飞船, } G \frac{m_{\text{海}} m}{R_{\text{海}}^2} = m \frac{v_{\text{海}}^2}{R_{\text{海}}},$$

$$\text{其运行速度 } v_{\text{海}} = \sqrt{\frac{Gm_{\text{海}}}{R_{\text{海}}}} = \sqrt{\frac{G \cdot 17m_{\text{地}}}{4R_{\text{地}}}} = \sqrt{\frac{17}{4}} v_{\text{地}} = 16.29 \text{ km/s}.$$

6. 答案 (1) 对于在月球表面的物体,有: $G \frac{m_{\text{月}} m}{R^2} = mg$

所以月球的质量为 $m_{\text{月}} = \frac{gR^2}{G}$, 只要求出月球表面的重力加速度 g , 就能得到月球的质量 $m_{\text{月}}$ 。

(2) 他需要用弹簧测力计。在月球表面用弹簧测力计测出质量为 m 的砝码的重力 F , 则月球表面的重力加速度为 $g = \frac{F}{m}$ 。

$$\text{月球的质量为 } m_{\text{月}} = \frac{gR^2}{G} = \frac{FR^2}{Gm}$$

7. 答案 (1) 对于在中子星表面的物体,有 $G \frac{m_{\text{中}} m}{R^2} = mg$,

$$\text{所以中子星表面的自由落体加速度: } g = \frac{Gm_{\text{中}}}{R^2} =$$

$$\frac{6.67 \times 10^{-11} \times 2 \times 10^{30}}{(10 \times 10^3)^2} \text{ m/s}^2 = 1.334 \times 10^{12} \text{ m/s}^2$$

(2) 对于贴近中子星表面沿圆轨道运动的小卫星,有

$$G \frac{m_{\text{中}} m}{R^2} = m \frac{v^2}{R}, \text{所以小卫星的环绕速度为:}$$

$$v = \sqrt{\frac{Gm_{\text{中}}}{R}} = \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11} \times 2 \times 10^{30}}{10 \times 10^3}} \text{ m/s} \approx 1.15 \times 10^8 \text{ m/s}$$

B 组

1. 答案 对于在月球表面的物体,有: $G \frac{m_{\text{月}} m}{R^2} = mg$

所以月球的质量为 $m_{\text{月}} = \frac{gR^2}{G}$, 只要测出月球表面的重力加速度 g , 就能得到月球的质量 $m_{\text{月}}$ 。

用刻度尺测出月球表面上方某一位置的高度 h , 让一物体从该位置自由下落, 用秒表测出物体下落到月球表面所用时间 t , 则月球表面的自由落体加速度(重力加速度) $g = \frac{2h}{t^2}$, 因此月球

$$\text{的质量为 } m_{\text{月}} = \frac{gR^2}{G} = \frac{2hR^2}{Gt^2}.$$

2. 答案 对于靠近行星表面运行的卫星,有 $G \frac{m_{\text{行}} m}{R^2} = m \frac{4\pi^2}{T^2} R$

$$\text{行星质量 } m_{\text{行}} = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3$$

两式联立,有 $\rho T^2 = \frac{3\pi}{G} = \text{常量}$ 。

3. 答案 球体没有被挖时,对 m' 的万有引力为

$$F_1 = G \frac{mm'}{(2R)^2} = G \frac{mm'}{4R^2}$$

被挖出的半径为 $\frac{1}{2}R$ 的小球,其质量为 $\frac{1}{8}m$,对 m' 的万有引力

$$F_2 = G \frac{\frac{1}{8}mm'}{\left(\frac{3}{2}R\right)^2} = G \frac{mm'}{18R^2}$$

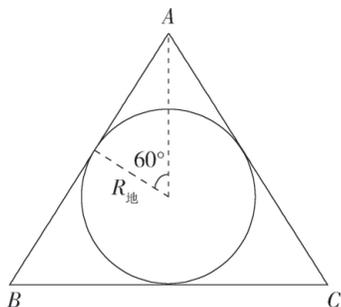
所以剩余部分对 m' 的万有引力为 $F = F_1 - F_2 = G \frac{mm'}{4R^2} - G \frac{mm'}{18R^2} = G \frac{7mm'}{36R^2}$ 。

4. 答案 对同步卫星,万有引力提供向心力,有: $G \frac{m_{\text{地}} m}{r^2} = m \frac{4\pi^2}{T^2} r$,

$$\text{整理得: } Gm_{\text{地}} = \frac{4\pi^2 r^3}{T^2}$$

当 $r = 6.6R_{\text{地}}$ 时, $T = 24 \text{ h}$ 。

若地球的自转周期变小,卫星轨道半径最小为 $2R_{\text{地}}$,三颗同步卫星 A、B、C 如图所示分布



$$\text{则有 } \frac{4\pi^2 (6.6R_{\text{地}})^3}{T^2} = \frac{4\pi^2 (2R_{\text{地}})^3}{T'^2}$$

$$\text{解得 } T' \approx \frac{1}{6} T = 4 \text{ h}。$$

5. 答案 取地球上某一片海水,设其质量为 m ,地球对海水的引力(海水重力)为

$$F_{\text{地}} = G \frac{m_{\text{地}} m}{R_{\text{地}}^2} = Gm \frac{6.0 \times 10^{24}}{(6.4 \times 10^6)^2} \text{ N}$$

$$\text{太阳对海水的引力为 } F_{\text{太}} = G \frac{m_{\text{太}} m}{r_{\text{太}}^2} = Gm \frac{2 \times 10^{30}}{(1.5 \times 10^{11})^2} \text{ N}$$

$$\text{月亮对海水的引力为 } F_{\text{月}} = G \frac{m_{\text{月}} m}{r_{\text{月}}^2} = Gm \frac{7.3 \times 10^{22}}{(3.8 \times 10^8)^2} \text{ N}$$

$$\text{所以 } \frac{F_{\text{太}}}{F_{\text{地}}} \approx \frac{1}{1648}, \frac{F_{\text{月}}}{F_{\text{地}}} \approx \frac{1}{289758}$$

6. 答案 木星相邻两次行星冲日的时间间隔就是地球比该行星多运动一周的时间,根据开普勒第三定律 $\frac{R^3}{T^2} = k$,有 $\frac{R_{\text{地}}^3}{T_{\text{地}}^2} = \frac{R_{\text{木}}^3}{T_{\text{木}}^2}$,

$$\text{所以木星的周期为 } T_{\text{木}} = \sqrt{\frac{R_{\text{木}}^3}{R_{\text{地}}^3} T_{\text{地}}} = \sqrt{5.2^3} \text{ 年,}$$

$$\text{由 } (\omega_{\text{地}} - \omega_{\text{木}})t = 2\pi, \text{得 } \left(\frac{2\pi}{T_{\text{地}}} - \frac{2\pi}{T_{\text{木}}}\right)t = 2\pi,$$

$$\text{木星相邻两次行星冲日的时间间隔: } t = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{T_{\text{地}}} - \frac{2\pi}{T_{\text{木}}}} = \frac{T_{\text{地}} T_{\text{木}}}{T_{\text{木}} - T_{\text{地}}}$$

$$\frac{T_{\text{地}}}{1 - \frac{T_{\text{地}}}{T_{\text{木}}}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{\sqrt{5.2^3}}} \approx 1.09 \text{ 年}。$$

对于地外行星,由 $t = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{T_{\text{地}}} - \frac{2\pi}{T_{\text{行}}}} = \frac{T_{\text{地}} T_{\text{行}}}{T_{\text{行}} - T_{\text{地}}} = \frac{T_{\text{地}}}{1 - \frac{T_{\text{地}}}{T_{\text{行}}}}$ 可知,行星的轨道半径 R 越大,其周期 T 越大,相邻两次行星冲日的时间间隔 t 越短,所以海王星相邻两次行星冲日的时间间隔最短。

第八章 机械能守恒定律

1 功与功率

◆ 思考与讨论

答案 当发动机的输出功率 P 一定时,通过“换挡”的办法减小速度,从而得到较大的牵引力。

◆ 练习与应用

1. 答案 图甲: $W = Fl \cos(180^\circ - 150^\circ) = 10 \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ J} = 17.32 \text{ J};$

图乙: $W = Fl \cos(180^\circ - 30^\circ) = -10 \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ J} = -17.32 \text{ J};$

图丙: $W = Fl \cos 30^\circ = 10 \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ J} = 17.32 \text{ J}。$

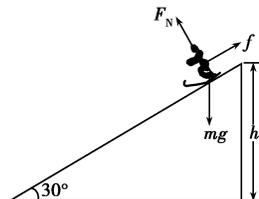
2. 答案 重物被匀速提升时,合力为 0,钢绳对重物的拉力的大小等于重物所受的重力,即 $F = G = 1.96 \times 10^4 \text{ N}$ 。

钢绳拉力所做的功 $W_F = Fl \cos 0^\circ = 1.96 \times 10^4 \times 5 \text{ J} = 9.8 \times 10^4 \text{ J}$

重力做的功 $W_G = Gl \cos 180^\circ = -1.96 \times 10^4 \times 5 \text{ J} = -9.8 \times 10^4 \text{ J}$

钢绳的拉力所做的功为 $9.8 \times 10^4 \text{ J}$,重力所做的功为 $-9.8 \times 10^4 \text{ J}$,这些力做的总功为 0。

3. 答案 如图所示,滑雪运动员受到重力、支持力和阻力的作用,运动员的位移为 $l = \frac{h}{\sin 30^\circ} = 20 \text{ m}$,方向沿斜坡向下。



所以,重力做功 $W_G = mgh = 60 \times 9.8 \times 10 \text{ J} = 5.88 \times 10^3 \text{ J}$

支持力所做的功 $W_{F_N} = Fl \cos 90^\circ = 0$

阻力所做的功 $W_f = Fl \cos 180^\circ = -50 \times 20 \text{ J} = -1.0 \times 10^3 \text{ J}$

这些力所做的总功 $W_{\text{总}} = W_G + W_{F_N} + W_f = 4.88 \times 10^3 \text{ J}。$

4. 答案 此人推导的前提不明确。当 F 增大,根据 $P = Fv$ 推出 P 增大的前提应是 v 不变;从 $v = \frac{P}{F}$ 推出 P 增大则 v 增大的前提

是 F 不变;从 $F = \frac{P}{v}$ 推出 v 增大 F 减小的前提是 P 不变。

5. 答案 在货物匀速上升时,电动机对货物的作用力大小为 $F = G = 2.646 \times 10^5 \text{ N}$

$$\text{由 } P = Fv \text{ 可得 } v = \frac{P}{F} = \frac{10 \times 10^3}{2.646 \times 10^5} \text{ m/s} = 3.78 \times 10^{-2} \text{ m/s}。$$

6. 答案 这台抽水机的输出功率至少为

$$P = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t} = \frac{30 \times 9.8 \times 10}{1} \text{ W} = 2.94 \times 10^3 \text{ W,}$$

半小时内做功 $W = Pt = 2.94 \times 10^3 \times 30 \times 60 \text{ J} = 5.292 \times 10^6 \text{ J}。$

7. 答案 (1) 汽车的加速度减小,速度增大。因为,从此时开始

发动机在额定功率下运动,即 $P = F_{\text{牵}}v$, v 增大则 $F_{\text{牵}}$ 减小,而 $a = \frac{F_{\text{牵}} - F}{m}$, 所以加速度逐渐减小。

(2) 当加速度减小到零时,汽车做匀速直线运动, $F_{\text{牵}} = F$, 所以汽车最后的速度是 $v = \frac{P}{F}$, 此为汽车在额定功率下行驶的最大速度。

2 重力势能

◆思考与讨论

答案 不能。这样会导致一个物体在同一位置的重力势能不同。

◆练习与应用

1. 答案 斜面高度为 h , 设对应于倾角为 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 的斜面长分别为 l_1, l_2, l_3 。由功的公式可知, 在倾角为 θ_1 的斜面, 重力与位移 l_1 夹角为 $\frac{\pi}{2} - \theta_1$, 重力所做的功为:

$$W_G = mgl_1 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_1\right) = mgl_1 \sin \theta_1 = mgh。$$

同理可证, 在倾角为 θ_2, θ_3 的斜面上, 重力所做的功都等于 mgh , 故重力做的功与斜面倾角无关。

2. 答案 (1) 足球由位置 1 运动到位置 2 时, 重力所做的功为 $-mgh$, 足球克服重力所做的功为 mgh , 足球的重力势能增加了 mgh 。

(2) 足球由位置 2 运动到位置 3 时, 重力做的功为 mgh , 足球的重力势能减少了 mgh 。

3. 答案 (1) 正确, 例如: 物体在向上的拉力作用下, 如果做匀加速直线运动, 这时拉力做的功大于重力势能的增加量, 如果物体做匀减速直线运动, 这时拉力做的功小于重力势能的增加量。

(2) 错误, 物体匀速上升, 拉力的大小等于重力, 拉力做的功一定等于重力势能的增加量。

(3) 错误, 根据 $W_G = E_{p1} - E_{p2}$ 可知, 重力做 -1 J 的功, 物体重力势能的增加量为 1 J 。

(4) 错误, 重力做功只与起点和终点的位置有关, 与路径无关, A, B 两点的位置不变, 从 A 点到 B 点的过程中, 无论经过什么路径, 重力做的功都是相同的。

4. 答案 (1)

所选择的参考平面	小球在 A 点的重力势能	小球在 B 点的重力势能	整个下落过程中小球重力做的功	整个下落过程中小球重力势能的变化量
桌面	5.88 J	-3.92 J	9.8 J	-9.8 J
地面	9.8 J	0	9.8 J	-9.8 J

(2) 如果下落过程中有空气阻力, 表格中的数据不变。

3 动能和动能定理

◆思考与讨论

答案 $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 631 \times 7600^2 \text{ J} \approx 1.82 \times 10^{10} \text{ J}$

◆练习与应用

1. 答案 A. 动能是原来的 4 倍。

B. 动能是原来的 2 倍。

C. 动能是原来的 8 倍。

D. 动能不变。

2. 答案 由动能定理 $W = E_{k2} - E_{k1} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$ 可知, 在题目所述

的两种情况下, $v_2^2 - v_1^2$ 较大时, 需要做的功较多。

速度由 10 km/h 加速到 20 km/h 的情况下:

$$v_2^2 - v_1^2 = (20^2 - 10^2) (\text{km/h})^2 = 300 (\text{km/h})^2$$

速度由 50 km/h 加速到 60 km/h 的情况下:

$$v_2^2 - v_1^2 = (60^2 - 50^2) (\text{km/h})^2 = 1100 (\text{km/h})^2$$

可见, 后一种情况所做的功比较多。

3. 答案 设平均阻力为 f , 根据动能定理 $W = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$, 有

$$fl \cos 180^\circ = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$f = \frac{m}{2l}(v_1^2 - v_2^2) = \frac{8 \times 10^{-3}}{2 \times 5 \times 10^{-2}} \times (300^2 - 100^2) \text{ N} = 6.4 \times 10^3 \text{ N}$$

子弹在木板中运动 5 cm 时, 所受木板的阻力各处不同, 题目所说的平均阻力是对这 5 cm 说的。

4. 答案 人在下滑过程中, 重力和阻力做功, 设人受到的阻力为 f , 根据动能定理 $W = \Delta E_k$, 有

$$W_G + W_f = \frac{1}{2}mv_i^2 - 0$$

$$mgh - fl = \frac{1}{2}mv_i^2$$

解方程得: $v_i = 3.46 \text{ m/s}$ 。

5. 答案 设人将足球踢出的过程中, 人对足球做的功为 W , 根据动能定理可知, 从人踢足球到足球上升至最大高度的过程中有

$$W_G + W = \frac{1}{2}mv_i^2 - 0$$

$$\text{即 } -mgh + W = \frac{1}{2}mv_i^2$$

$$W = \frac{1}{2} \times 0.4 \times 20^2 \text{ J} + 0.4 \times 5 \times 10 \text{ J} = 100 \text{ J}。$$

4 机械能守恒定律

◆思考与讨论 P90

答案 在这两种情况下, 重力做的功相等; 重力势能的变化相等; 动能的变化不相等; 在真空中下落时, 重力势能转化为动能; 在液体中下落时, 重力势能转化为动能和内能。

◆思考与讨论 P91

答案 如果物体从位置 B 沿光滑曲面上升到位置 A , 重力做负功, 物体的动能转化为重力势能, 物体的动能与重力势能之和不交。因此等式 $\frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1$ 仍然成立。

◆练习与应用

1. 答案 B、D 机械能守恒, 因为 B 中只有重力做功, D 中小球与弹簧组成的系统, 整个过程只有弹簧弹力做功, 其他力不做功, B、D 都符合机械能守恒的条件。A 中空气阻力做负功, 机械能减小; C 中拉力对金属块做正功, 机械能增加。

2. 答案 (1) 小球在从 A 点下滑至 B 点的过程中, 根据动能定理

$$W = \Delta E_k, mg(h_1 - h_2) = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

上式表明, 小球动能的增加量等于重力势能的减少量。

$$(2) \text{ 由 } mg(h_1 - h_2) = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2, \text{ 得}$$

$$mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

设地面的重力势能为 0, 等式左边表示小球在 A 点时的机械

能,等式右边表示小球在 B 点时的机械能,因此小球从 A 点运动到 B 点的过程中,机械能守恒。

3. 答案 (1) 石块从抛出到落地的过程中,只有重力做功,所以机械能守恒,设地面为零势能面,根据机械能守恒定律,有

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_1^2, \text{ 得}$$

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2gh} = \sqrt{5^2 + 2 \times 10 \times 10} \text{ m/s} = 15 \text{ m/s}。$$

根据动能定理: $W = E_{k1} - E_{k0}$

$$\text{即 } mgh = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2gh} = 15 \text{ m/s}。$$

(2) 由 $v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$ 知,石块落地时速度大小与石块初速度大小和石块抛出时的高度有关,与石块的质量和石块初速度的仰角无关。

4. 答案 设 A 球的质量为 m , 则 B 球的质量为 $3m$ 。

从释放 B 球到 B 球刚好落地,系统减小的重力势能为 $\Delta E_p = 3mgh - mgh = 2mgh$

A 、 B 两球速度相等,系统增加的动能为

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}(m+3m)v^2 = 2mv^2$$

由机械能守恒 $\Delta E_p = \Delta E_k$, 得 $2mgh = 2mv^2$

解得 $v = \sqrt{gh}$ 。

5. 答案 (1) 小球由位置 A 至位置 B 过程中,在到达最大速度之前弹簧的弹性势能转化为小球的动能和重力势能,当弹簧对小球向上的弹力大小与重力大小相等时,小球的动能最大。之后,弹性势能和小球的动能转化为小球的重力势能,当弹簧恢复到自然长度时,弹性势能为 0。小球由位置 B 至位置 C 时,弹簧的弹性势能为 0,小球与弹簧没有能量转化。

(2) 小球由位置 A 至位置 C 的过程中,系统机械能守恒,弹簧减少的弹性势能转化为小球增加的重力势能。故小球处于位置 A 时,弹簧的弹性势能: $E_p = mg(h_{BA} + h_{CB}) = 0.2 \times 10 \times (0.1 + 0.2) \text{ J} = 0.6 \text{ J}$ 。

在位置 C 时,小球的速度是零,所以小球的动能是零。

6. 答案 40 层楼的高度约为 $h = 120 \text{ m}$,

设用于给喷管喷水的电动机输出功率为 P ,喷管管口处喷水的速度为 v ,

在 t 时间内,喷水质量为 $m = \rho\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 vt$,

由机械能守恒,得 $mgh = \frac{1}{2}mv^2$

电动机对水做的功为 $W = Pt$

由动能定理,得 $Pt = \frac{1}{2}mv^2$

四式联立,得 $P = \rho\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 gh \sqrt{2gh} = 1\,000 \times 3.14 \times \left(\frac{0.1}{2}\right)^2 \times 9.8 \times$

$120 \sqrt{2 \times 10 \times 120} \text{ W} \approx 4.52 \times 10^5 \text{ W} = 452 \text{ kW}$ 。

5 实验: 验证机械能守恒定律

◆ 练习与应用

1. 答案 (1) AB , 机械能守恒定律的等式两边都有物体的质量,因此质量可以消去,天平可以不用;

(2) 从打 O 点到打 B 点的过程中,重物的重力势能减少了

$\Delta E_p = mgh_B$, 打 B 点时的速度为 $v_B = \frac{h_C - h_A}{2T}$, 重物的动能增加了

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{m(h_C - h_A)^2}{8T^2};$$

(3) 由于摩擦阻力做负功,使机械能减小,从而重力势能的减少量略大于动能的增加量。

2. 答案 (1) 在滑块从静止释放到运动到光电门的过程中,系统的重力势能减少了 mgl ;

(2) 为验证机械能守恒定律,还需要测量滑块的质量 $m_{滑}$ 。

(3) 在滑块从静止释放到运动到光电门的过程中,系统的动能增加了 $\frac{1}{2}(m+m_{滑})v^2 = \frac{1}{2}(m+m_{滑})\left(\frac{d}{t}\right)^2$

若要符合机械能守恒定律的结论,系统的重力势能减少量等于系统的动能增加量,即 $mgl = \frac{1}{2}(m+m_{滑})\left(\frac{d}{t}\right)^2$ 。

◆ 复习与提高

A 组

1. 答案 设抛出点的重力势能为 0, 由机械能守恒定律, 有

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2, \text{ 得 } v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 2} \text{ m/s} \approx 6.26 \text{ m/s}。$$

2. 答案 (1) 货物的加速度为 $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4-0}{2-0} \text{ m/s}^2 = 2 \text{ m/s}^2$

货物上升的高度 $h = \frac{1}{2}at^2 = 4 \text{ m}$

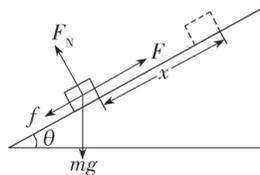
由 $F - mg = ma$, 得起重机的拉力为 $F = ma + mg = 1.2 \times 10^4 \text{ N}$

起重机对货物做的功 $W = Fh = 1.2 \times 10^4 \times 4 \text{ J} = 4.8 \times 10^4 \text{ J}$

起重机在这 2 s 内的输出功率: $P = \frac{W}{t} = \frac{4.8 \times 10^4}{2} \text{ W} = 2.4 \times 10^4 \text{ W}$

(2) 起重机在 2 s 末的输出功率: $P = Fv = 1.2 \times 10^4 \times 4.0 \text{ m/s} = 4.8 \times 10^4 \text{ W}$ 。

3. 答案 (1) 如图所示:



(2) 推力 F 做的功: $W_F = Fx$

摩擦力 f 做的功: $W_f = -fx = -\mu mgx \cos \theta$

重力做的功: $W_G = -mgh = -mgx \sin \theta$

支持力 F_N 做的功: $W_{F_N} = 0$

(3) 各力做功的代数和:

$$W_{总} = W_F + W_f + W_G + W_{F_N} = Fx - \mu mgx \cos \theta - mgx \sin \theta$$

(4) 木箱受到的合力为:

$$F_{合} = F - f - mg \sin \theta = F - \mu mg \cos \theta - mg \sin \theta。$$

(5) 合力做的功 $W_{合} = F_{合}x = (F - \mu mg \cos \theta - mg \sin \theta)x = W_{总}$

4. 答案 (1) 当汽车速度最大时,汽车发动机的牵引力与汽车受到的阻力相等, $f = F = \frac{P}{v}$

(2) 当汽车的车速为 $\frac{v}{4}$ 时,汽车发动机的牵引力为 $F' =$

$$\frac{P}{\frac{v}{4}} = \frac{4P}{v};$$

此时汽车的加速度为 $a = \frac{F' - f}{m} = \frac{\frac{4P}{v} - \frac{P}{v}}{m} = \frac{3P}{mv}$ 。

5. 答案 (1) 由机械能守恒定律, $mgh = \frac{1}{2}mv_0^2$, 物体上升的最大

高度 $h = \frac{v_0^2}{2g}$;

(2) 物体的重力势能为动能的一半时, $mgh_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}mv_1^2$

由机械能守恒定律, $\frac{1}{2}mv_0^2 = mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = 3mgh_1$

物体离地面的高度 $h_1 = \frac{v_0^2}{6g}$;

(3) 物体的重力势能和动能相等时, $mgh_2 = \frac{1}{2}mv_2^2$

由机械能守恒定律, $\frac{1}{2}mv_0^2 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2 = 2mgh_2$

物体离地面的高度 $h_2 = \frac{v_0^2}{4g}$;

(4) 物体的动能是重力势能的一半时, $\frac{1}{2}mv_3^2 = \frac{1}{2} \cdot mgh_3$

由机械能守恒定律, $\frac{1}{2}mv_0^2 = mgh_3 + \frac{1}{2}mv_3^2 = \frac{3}{2}mgh_3$

物体离地面的高度 $h_3 = \frac{v_0^2}{3g}$;

(5) 物体的速率为 $\frac{v_0}{2}$ 时, 由机械能守恒定律, $\frac{1}{2}mv_0^2 = mgh_4 +$

$$\frac{1}{2}m\left(\frac{v_0}{2}\right)^2$$

物体离地面的高度 $h_4 = \frac{3v_0^2}{8g}$ 。

6. 答案 (1) 从 A 到 B, 系统机械能守恒, 弹簧压缩至 A 点时的

$$\text{弹性势能 } E_{pA} = E_{kB} = \frac{1}{2}mv_1^2$$

(2) 从 B 到 C, 由动能定理有: $W_c + W_f = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$

$$\text{即: } -2mgR + W_f = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

所以物体沿半圆形导轨运动过程中阻力所做的功 $W_f = \frac{1}{2}mv_2^2 -$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + 2mgR。$$

B 组

1. 答案 (1) 小球从 P 点缓慢地移动到 Q 点, 水平拉力 F 做的功等于小球机械能的增加量,

$$\text{即: } W_f = \Delta E_k + \Delta E_p = 0 + mgl(1 - \cos \theta) = mgl(1 - \cos \theta)$$

(2) 小球在水平恒力 $F = mg$ 的作用下, 从 P 点运动到 Q 点, 水平拉力 F 做的功等于小球机械能的增加量, $W_f = \Delta E_k + \Delta E_p$, 即

$$mgl \sin \theta = \frac{1}{2}mv^2 + mgl(1 - \cos \theta)$$

所以小球在 Q 点的速度大小 $v = \sqrt{2gl(\sin \theta + \cos \theta - 1)}$ 。

2. 答案 由动能定理知, A、B 两物体受到的摩擦力做的功等于其动能的变化, 所以 A、B 两物体受到的摩擦力做的功之比为

$$\frac{W_A}{W_B} = \frac{0 - \frac{1}{2}m_A v_0^2}{0 - \frac{1}{2}m_B v_0^2} = \frac{m_A}{m_B} = \frac{2}{1}, \text{ A、B 两物体的加速度之比为 } \frac{a_A}{a_B} =$$

$$\frac{0 - v_0}{\frac{t}{2}} = \frac{2}{1}, \text{ 所以 A、B 两物体受到的摩擦力之比 } \frac{F_A}{F_B} = \frac{m_A a_A}{m_B a_B} = \frac{4}{1}。$$

3. 答案 (1) 单位时间内, 冲击风力发电机叶片圆面的气流的体积:

$$V = \pi r^2 vt = 3.14 \times 20^2 \times 6 \times 1 \text{ m}^3 = 7\ 536 \text{ m}^3。$$

(2) 单位时间内冲击风力发电机叶片圆面的气流的动能

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\rho Vv^2 = \frac{1}{2} \times 1.2 \times 7\ 536 \times 6^2 \text{ J} = 1.63 \times 10^5 \text{ J}。$$

(3) 此风力发电机发电的功率 $P = \frac{10\% E_k}{t} = \frac{1.63 \times 10^4}{1} \text{ W} = 1.63 \times 10^4 \text{ W}。$

4. 答案 设斜面底端到 A 点的距离为 s, $s = x - \frac{h}{\tan \theta}$

则根据动能定理, 有

$$W_c + W_f = 0 \text{ 即: } mgh - \left(\mu mgs + \mu mg \cos \theta \frac{h}{\sin \theta} \right) = 0$$

两式联立, 解得 $x = \frac{h}{\mu}$, 所以 x 与斜面倾角 θ 的大小无关。

5. 答案 (1) 铁球下落到弹簧的弹力与铁球重力相等时, 铁球的动能最大。

由 $mg = kx'$, 得 $x' = \frac{mg}{k}$, 此时, 铁球距地面的高度为 $l - x' = l - \frac{mg}{k}$ 。

(2) 弹簧的压缩量为 x 时, 铁球下落到最低点, 这时弹簧的弹性势能最大。

在这个过程中, 铁球的重力势能转化为弹簧的弹性势能, $E_p = mg(h+x)$ 。

6. 答案 根据滑轮的特点, B 的速度是 A 的速度的 2 倍, 当 A 上升 h 时, B 下降 2h, 设这时 A 的速度为 v, 设 A、B 的质量都是 m。

在这个过程中, 系统减小的重力势能为

$$\Delta E_p = mg \cdot 2h - mg \cdot h = mgh,$$

系统增加的动能为 $\Delta E_k = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}m(2v)^2 = \frac{5}{2}mv^2$

由机械能守恒 $\Delta E_p = \Delta E_k$, 得 $mgh = \frac{5}{2}mv^2$

所以 A 的速度为 $v = \sqrt{\frac{2gh}{5}}$ 。

7. 答案 水位变化 $\Delta h = 2 \text{ m}$, 可利用的重力势能为:

$$\Delta E_p = mgh = \rho S \Delta h \cdot g \frac{\Delta h}{2} = 1\ 000 \times 1.0 \times 10^6 \times 2 \times 9.8 \times 1 \text{ J} = 1.96 \times 10^{10} \text{ J}$$

该电站一次退潮能发的电能: $E = \Delta E_p \cdot 50\% = 9.8 \times 10^9 \text{ J}。$